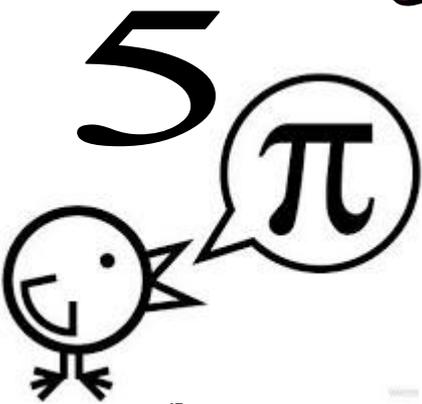
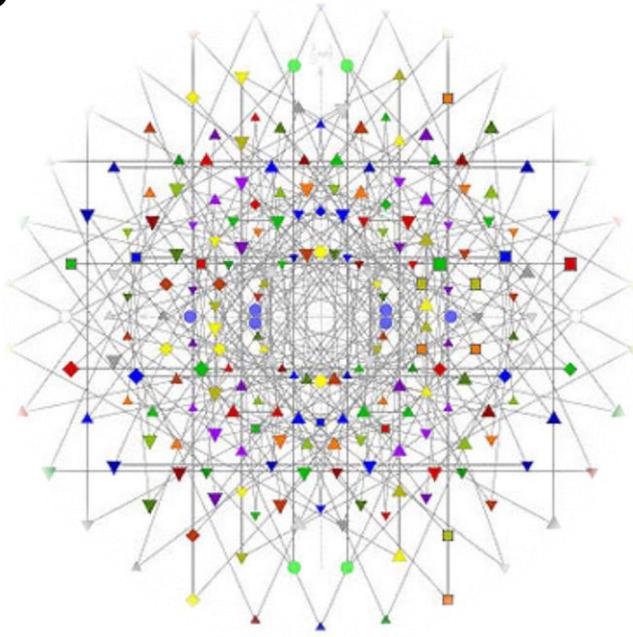


Cuadernillo de trabajo

# Cuando las nocetas se mueven



Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

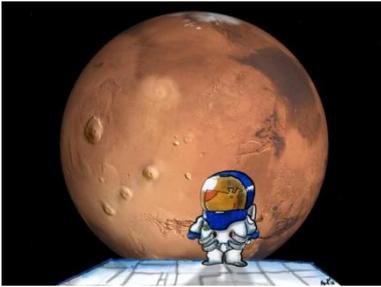
## ACTIVIDAD 1 Cuento Matiaventuras: Un asunto redondo

–¿Eso es **Marte**, Ven?

–¿Qué pasa, Sal? Está casi perfecto...

–¿Perfecto? Marte es una **esfera**...

–No, no lo es, me lo dijo **Mr. Green**. Se parece más a una **elipse**.



–Ya, pero es casi redondo, dibuja un círculo, por Gauss...

La mascota gruñó un poco, pero con cierto orgullo, le gustaba llevar el nombre del Príncipe de las Matemáticas.

–Eso he hecho, un círculo, Sal –Ven empezaba a enfadarse.

–¿Un círculo? Eso más que un círculo ¡parece una patata!

–¿¿Una patata?? –la carita de Ven se iba encendiendo cada vez más.

–Bueno, bueno, bueno... –Mati acababa de llegar –¿Estáis preparando alguna comida con patatas?

–Hola Mati –la saludó Sal –No, estamos haciendo un mural con **Marte** y el **Curiosity** para el colegio, queremos contarles a todos lo que nos contó Mr. Green, y Ven ha hecho un círculo que parece una patata.

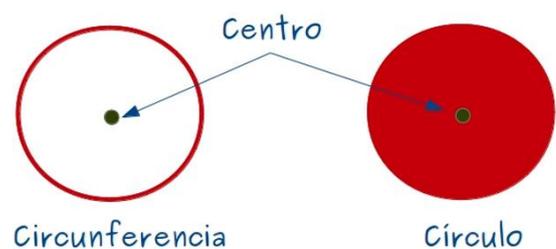
El pequeño Ven arrugó su carita completamente, más enfadado que nadie en el mundo. Gauss se puso junto a él y frunció el ceño también.

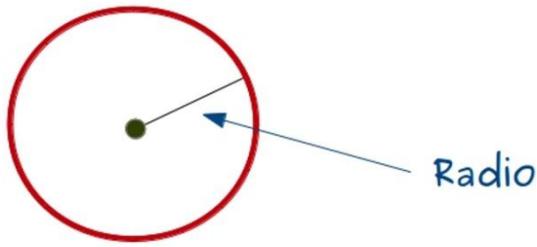
–Hombre, Sal, una patata, una patata... no es –dijo la pelirroja –Pero si queréis, os enseño a dibujar círculos, o mejor dicho, circunferencias.

–¿No es lo mismo, Mati? –preguntó Ven desfrunciendo un poco el ceño.

–No, la **circunferencia** es la línea curva y cerrada, con la propiedad de que **todos los puntos** sobre ella **están a la misma distancia del centro** –contestó ella –El **círculo** está formado por **todos los puntos** encerrados por la circunferencia que tienen la propiedad de que están **a una distancia del centro de la circunferencia menor o igual que el radio**.

–¿Qué radio, Mati? –preguntó Ven muy serio.





–Una circunferencia, es una curva cerrada en la que todos los puntos de la misma están a la misma distancia de un punto determinado, que llamamos **centro**. Pues bien, el **radio** de la circunferencia es esa **distancia**, la **de cualquier punto de la circunferencia al centro**.

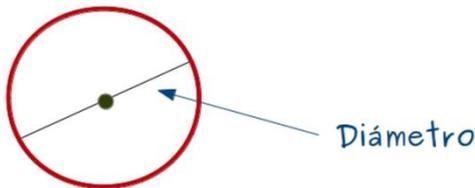
Circunferencia

–Ah, ya.. –acepto el pequeño.

–Además del radio –siguió Mati –hay otros elementos en la circunferencia, y en el círculo, que tienen nombre propio. Por ejemplo, el **diámetro**.

–¿Qué es el diámetro, Mati? –preguntó el gafotas.

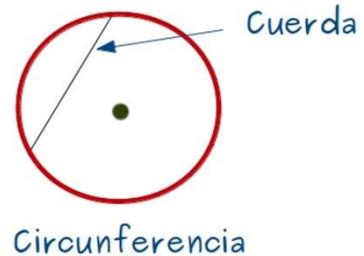
–Un **diámetro** de una circunferencia es un **segmento, uniendo dos puntos** de ésta, que pasa por el **centro**.



Circunferencia

–¿Y si el segmento **no pasa por el centro**, Mati? –preguntó Sal.

–En ese caso, a ese segmento se le llama **cuerda** –dijo ésta.



Circunferencia

–Bueno, Mati –intervino Ven impaciente –¿Nos enseñas a dibujar círculos o circunferencias?

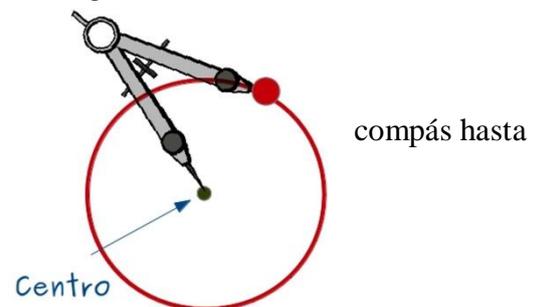
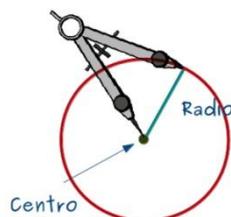
–Claro, Ven –respondió ella – ¿Cómo quieres que sea? ¿Qué circunferencia quieres dibujar?

–¿Cómo? Una –dijo el pequeño.

–Pero hay muchas formas de definir una circunferencia –continuó Mati –Por ejemplo, podemos definir una circunferencia diciendo cuál es su **centro y su radio**. Para ello, solo hay que elegir en qué punto colocamos el centro y abrimos el compás tanto como nos indica el radio. –O bien –siguió ella –Podemos definir una circunferencia eligiendo el **centro y un punto que esté sobre la circunferencia**.

–Ah, ya sé –interrumpió Sal –Pinchas en el centro y abres el el punto que quieres que esté en la circunferencia.

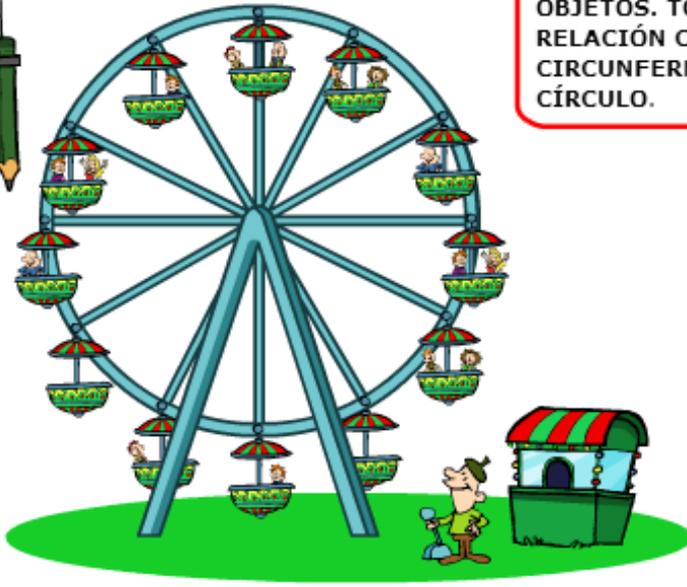
–Eso es, sí –afirmó ella.



¿SABES USARME?



FÍJATE EN TODOS ESTOS OBJETOS. TODOS TIENEN RELACIÓN CON LA CIRCUNFERENCIA O EL CÍRCULO.



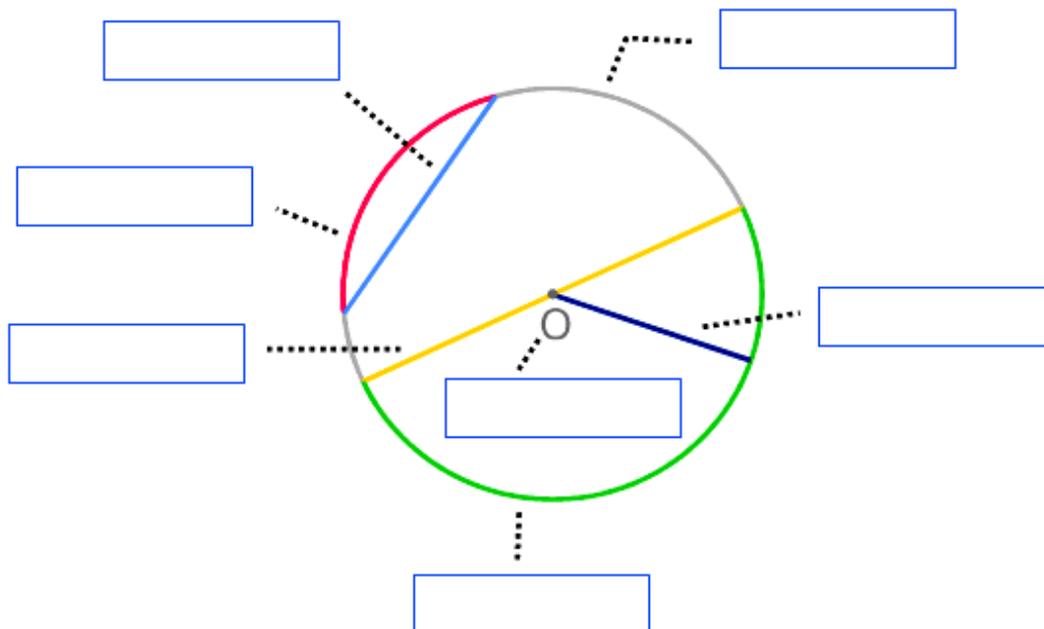
## ACTIVIDAD 2 Circunferencia y círculo



### Elementos de la circunferencia



Coloca cada palabra en la celda que corresponda.



Semicircunferencia

Cuerda

Circunferencia

Radio

Arco

Centro

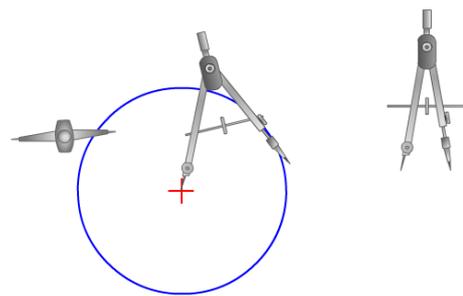
Diámetro

Dibujar una circunferencia o un círculo es fácil: *Dibuja una curva que esté a la distancia "radio" de un punto central.*

Y entonces: Todos los puntos están misma distancia del centro.

*La circunferencia es el **borde** y el círculo es el interior.*

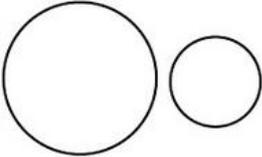
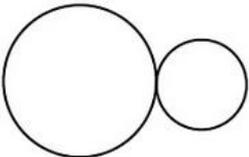
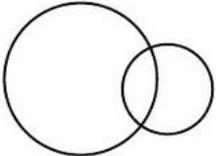
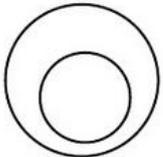
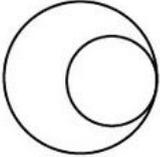
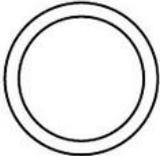
■ Trazado de una circunferencia

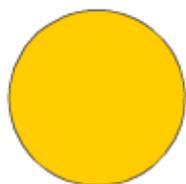


a la



**ACTIVIDAD 3 INTENTA REALIZAR CON EL COMPÁS ESTOS TRAZADOS**

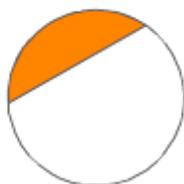
 <p><b>Exteriores</b></p>	 <p><b>Tangentes exteriores</b></p>	 <p><b>Secantes</b></p>
 <p><b>Interiores</b></p>	 <p><b>Tangentes interiores</b></p>	 <p><b>Concéntricas</b></p>



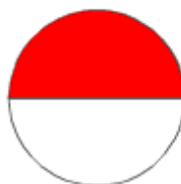
Círculo



Sector circular



Segmento circular



Semicírculo



Corona circular



Trapecio circular

**Semicírculo** Cada una de las partes en las que queda dividido un círculo por un diámetro.

**Sector circular** Parte del círculo comprendida entre los dos radios y el arco que abarcan. Dos radios dividen al círculo en dos sectores circulares.

**Segmento circular** Parte del círculo comprendido entre una cuerda y su arco. Una cuerda limita dos segmentos circulares.

**Corona circular** Porción de círculo comprendido entre dos circunferencias concéntricas.

**Trapecio circular** Parte de corona circular comprendida en un ángulo central.

## ACTIVIDAD 4 Identificando elementos de la circunferencia en CDs

El reciclaje es un proceso de reutilización de materiales que ya cumplieron su función para el que han sido o fueron creados. Desarrollaremos la creatividad y la habilidad a través de CDs reciclables.

Seleccionaremos los materiales de trabajo y diseñaremos en las cartulinas, primero colocaremos el título del tema a tratar como por ejemplo: Elementos de la circunferencia, ángulos en la circunferencia, propiedades de la circunferencia. etc

Pegaremos los C.D. usados en las cartulinas e iremos colocando los nombres y fórmulas hemos aprendido. Luego haremos las anotaciones y pegaremos cada C.D, verificando cada enunciado o fórmula que se encuentre correctamente escritos.

MATERIALES:

- 1.- C.D. usados.
- 2.- Cartulina
- 3 Rotuladores permanentes.
- 4.- Tijeras, silicona, cinta de embalaje.
- 5.- Reglas, serpentina etc

## ACTIVIDAD 5 CURIOSIDADES MATEMÁTICAS.

### LA CINTA DE MOEBIUS

#### La ciencia de la magia La banda de Moebius (Möbius)

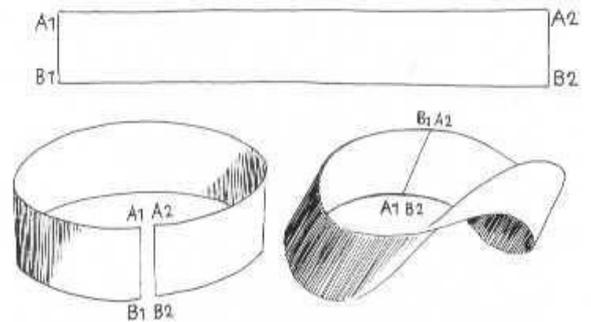
Vamos a trabajar con un tipo de cinta muy especial llamada banda o cinta de Moebius.

Y..¿qué es una cinta de Möebius? Es un objeto que se construye a partir de un rectángulo de papel en el que dos extremos se unen pero no de la forma habitual para formar un cilindro, sino girando uno de los lados, como se muestra en la figura.

1º) Se recorta una tira rectangular de papel.

2º) Uno de los extremos se gira 180º.

3º) Los extremos libres se pegan.



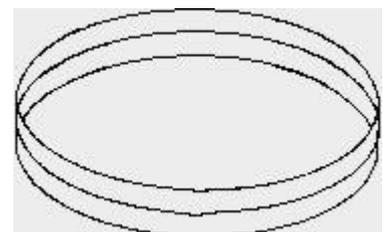
Una vez que la hemos construido, el juego de "MAGIA" consiste en hacer en ella un corte longitudinal. Pero antes de darlo y darle mayor espectacularidad al juego conviene que primero hagamos pensar a los chicos qué ocurre al realizar ese corte en otras superficies relacionadas:

1º Cortando tiras de papel Si tomamos una tira de papel y la cortamos longitudinalmente, ¿qué se obtiene?

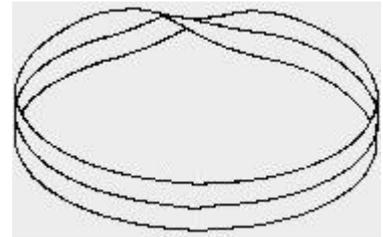


Obviamente, dos tiras de papel, igual de largas que la original pero la mitad de estrechas.

2º Si hacemos lo mismo con otra tira de papel que previamente hemos cerrado para formar un anillo ¿qué se obtiene? Seguro que piensas que dos anillos.



Visto lo visto: ¿qué obtendremos si le damos el corte longitudinal a una cinta de Moebius?



Es fácil pensar que dos bandas de Moebius (salvo que ya conocieran la respuesta).

Pues prueba a hacer ese corte. ¿Qué observas cortando la banda de Moebius?

Si todo ha ido bien, y supongo que con cierta sorpresa, se verá que tras el corte se obtiene en ambos ejemplos una única pieza, un único anillo. Y también nos podemos preguntar: ¿Es el anillo obtenido una cinta de Moebius?

La cuestión ahora **es ¿por qué es tan especial?**

Veamos: una hoja de papel, por ejemplo, decimos que tiene dos caras porque para pasar "de un lado al otro" debemos cruzar su borde. Pues lo que le pasa a la banda de Moebius es que no tiene dos caras sino sólo una.

Para comprobarlo hay dos formas:

1.-Coge una nueva banda de Moebius en la que habrás pintado un punto de color rojo en cualquier sitio de la misma y, en lo que parece ser la otra cara, otro punto de color azul. Se trata de ver si puedo hacer un recorrido por la banda, que vaya del punto rojo al azul, pero sin cruzar el borde. Si avanzas desde el punto rojo avanzas con el dedo a lo largo de la cinta, podrás ver que, al cabo de un cierto tiempo, llegas al punto azul. ¡Y no te ha hecho falta pasar por el borde!

2.-Coge un rotulador y hízlo deslizar -sin levantarlo en ningún momento- sobre la banda, como muestra la figura de debajo. Fíjate en que toda la cinta está rayada: ¡La banda sólo posee una cara! Se dice que es un espacio *no orientable*. Además, sólo tiene un borde: es una circunferencia el doble de larga de la longitud del lado mayor de la tira de papel inicial.



Recuerda también que nos preguntábamos si el único anillo que surgió tras el corte era o no una nueva banda de Moebius. Para saber la respuesta mira si es un objeto con una cara o con dos, con el método de avanzar por la cinta para ver si se puede llegar si pasar por el borde,

del punto rojo al punto azul del otro lado. Podrás comprobar que no es posible, por lo que esta nueva cinta es de dos caras, así que no es una cinta de Moebius.

Para que a alguien se le ocurriera conseguir una superficie en la que "los dos lados" estén comunicados, de modo que para pasar "de un lado a otro" no haya que cruzar ningún borde, a pesar de que es tan sencillo, cuando se conoce, hubo que esperar al siglo XIX y a A. F. Moebius que fue quién la descubrió, y por eso lleva su nombre.

## Aplicaciones de la banda de Moebius

¿Y sirve esta propiedad para algo más que sorprender a la gente cortándola?



La respuesta es sí y de hecho se usa más de lo que crees.

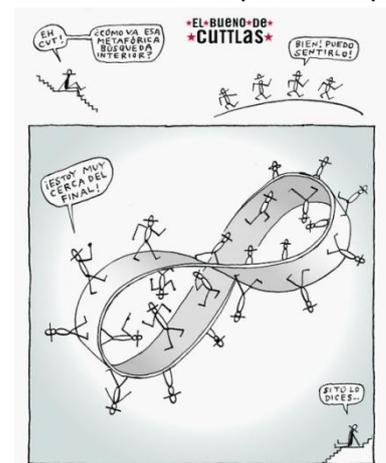
Comprobamos su presencia en campos tan dispares como la matemática, la ciencia, el arte, la ingeniería, la magia, la arquitectura, la música, el diseño, la literatura, etc. Simboliza la naturaleza cíclica de muchos procesos, el eterno retorno, el infinito... Nuestra extendida representación del reciclado -diseñada por Gary Anderson el 1970-está precisamente basada en la banda de Möbius.

Piensa en una cinta que tenga que rodar sujeta por unos cilindros para pasar el movimiento giratorio de un sitio a otro (como la correa de transmisión de un coche, o la cadena de una bici).



Al moverse, el rozamiento de la banda con los cilindros la va desgastando. Si ponemos una cinta a modo de cilindro (es decir, sin giro, tal y como haríamos normalmente), se desgastaría únicamente por la cara interior, quedando intacta la exterior.

Pero si ponemos una banda de Moebius, después de una vuelta, pasaría a estar en contacto lo que podríamos llamar "el otro lado" (aunque sabemos que en este caso sólo hay una cara) que sería el que se rozaría en la segunda vuelta. Así conseguimos que el desgaste se produzca por los lados y la banda duraría el doble de tiempo. Esto ya se está haciendo en cintas transportadoras, cintas de grabación (que así pueden grabar por las dos caras y, en consecuencia, el doble de tiempo), etc.



28

Thematis Regii  
Elaborationes Canonicae

1a. Canon a 2 canonicam

Violin I  
Violin II

BA 5156 © 1987 by Bärenreiter - Verlag, Kassel



Johann Sebastian Bach



También podemos ver la presencia de la banda de Möbius en el mundo de la música.

Hay una modalidad basada en la simetría, donde el acompañamiento y la melodía están invertidos. Es decir: la pieza suena igual si se toca desde delante hacia atrás que si se hace desde atrás hacia delante, como un palíndromo musical. O también: el acompañamiento es la propia melodía marcha atrás. Por razones obvias, se le llama canon cangrejo.

**Juan Sebastián Bach** (1685-1750) en su *Ofrenda Musical* (1747) despliega su maestría en la composición de varios cánones e incluye el *Canon Cangrejo*. Jos Leys (<http://www.josleys.com>) y Xantox (<http://strangepaths.com/en/>) han creado este precioso video en el que construyen una Banda de Moëbius con su partitura.

El resultado es una pieza que enlaza consigo misma en un bucle interminable pero que además se superpone a sí misma en el doble recorrido. Hay por lo tanto una correspondencia musical y armoniosa con la singular geometría de dicha superficie.

Disfrutadlo:

[http://catedu.es/matematicas\\_mundo/CURIOSIDADES/Bach\\_Moebius.htm](http://catedu.es/matematicas_mundo/CURIOSIDADES/Bach_Moebius.htm)